Nanomeghyas
www.nanomeghyas.ir
نانومقیاس

Original Article

Calculation of the movement of iron-coated carbon nanotubes in the electromagnetic field

Mohamad Mansouri*

Department of Physics, Khatam al-Anbia University of Air Defense, Tehran, Iran.

Received: Jul 29, 2024 Revised: Aug 30, 2024 Accepted: Oct 05, 2025

Abstract: In this Article, there is a system which is consisted of Carbon NanoTube (CNT), Iron NonoParticles and Heavy molecules. This system is proposed for application which a CNT attached to the Iron NanoParticles and the other end is attached to the heavy molecules. This system stand inside fluids, first it has put into a electric field to select a particular direction. Then apply the magnetic circuit peak to the electric field. This electric field causes the system to spin, consequently to this system spinning; system exerts a force to the fluids. The fluid applies that force counter to the system as well and cause system to move. In order to obtain the system movement equation in one period, we divide it into four regions and study each region separately, finally the overall movement of the system is obtained by putting together the results of each of the four regions.

Keywords: Carbon Nanotubes, Magnetic Nanoparticles, Equation Of Motion.

*Corresponding Author: *m.mansouri@khadu.ac.ir*

How to Cite This Article:

Mansouri M, Calculation of the movement of iron-coated carbon nanotubes in the electromagnetic field. Nanomeghyas. 2025; 12(1): 11-24. DOI: 10.22034/ns.2025.722231

Nanomeghyas
www.nanomeghyas.ir
نانومقیاس

مقاله پژوهشی

محاسبه حرکت نانولوله کربنی آهن‌دار در میدان الکترومغناطیسی

محمد منصوری*

گروه فیزیک دانشکده علوم پایه، دانشگاه پدافند هوایی خاتم الانبیاء(ص)، تهران، ایران

تاریخ دریافت : ۱۴۰۳/۰۵/۰۸ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۳/۰۶/۰۹ تاریخ پذیرش : ۱۴۰۳/۰۷/۱۴

چکیده: در این مقاله سیستمی داریم که از نانو لوله کربنی، نانوذرات آهن و مولکول سنگین(مانند فلورین) تشکیل شده است به گونه‌ای که یک سر نانو لوله کربنی به نانو ذرات آهن و سر دیگر آن به مولکول سنگین متصل است. این سیستم درون سیال قرار دارد. ابتدا یک میدان الکتریکی به آن وارد می گردد تاجهت خاصی را در فضا گزینش کند، سپس میدان مغناطیسی را عمود بر میدان الکتریکی اعمال می‌کنیم که موجب چرخش سیستم می‌گردد. در اثر این چرخش سیستم نیروئی را به سیال وارد می کند و سیال نیز همان نیرو را در خلاف جهت به سیستم وارد می کند که موجب حرکت سیستم می‌گردد. برای بدست آوردن معادله حرکت سیستم در یک پریود آن را به چهار ناحیه تقسیم می‌کنیم و هر ناحیه را به طور مجزا بررسی می‌کنیم، در نهایت حرکت کلی سیستم، با کنار هم قرار دادن نتایج هریک از چهارناحیه به دست می‌آید.

واژگان کلیدی: نانولوله های کربنی، نانوذرات مغناطیسی، معادله حرکت

*m.mansouri@khadu.ac.ir

نحوه استناد به این مقاله:

منصوری، محمد. (۱۴۰۳). محاسبه حرکت نانولوله کربنی آهن‌دار در میدان الکترومغناطیسی. *نانو مقیاس*، ۱۲(۱)، ۱۱-۲۴.

DOI: 10.22034/ns.2025.722231

۱- مقدمه

فناوری نانو یا نانو تکنولوژی مهارماده در ابعاد کمتر از میکرومتر، معمولاً در حدود ۱ تا ۱۰۰ نانومتر است[۱،۲]. امکان مهندسی در مقیاس مولکول برای اولین بار توسط ریچارد فاینمن،[۳] برنده جایزه نوبل فیزیک مطرح شد. البته جایزه نوبل وی به خاطر تحقیقاتش در زمینۀ الکترودینامیک کوانتومی بود. در سال ۱۹۶۰ فاینمن سخنرانی پیش‌گویانه‌ای تحت عنوان «فضاهای زیادی در سطح پایین وجود دارد» مطرح کرد که منظور او امکان وجود مواد در ابعاد نانومتر بود. او دستکاری اتم‌های منفرد برای ساختن ساختارهای کوچک جدید که خواص بسیار متفاوتی دارند را مطرح کرد. درواقع مقیاس طول بسیار مهم است. زیرا خواص موجی شکل الکترون‌های داخل ماده و اثر متقابل اتمها بر یکدیگر از جابه‌جائی مواد در مقیاس نانو اثر می‌پذیرند[۴]. با تولید ساختارهایی در مقیاس نانومتر امکان کنترل خواص

ذاتـی مـواد وجـود دارد. یعنـی می‌تـوان دمـای ذوب، خـواص مغناطیسـی و ظرفیـت بـار و حتـی رنـگ مـواد را بـدون تغییـر در ترکیـب شـیمیائی آنهـا تغییـر داد[۵،۶]. در ایـن مقالـه می‌خواهیـم حـرکات سیسـتمی را بررسـی کنیـم کـه وظیفـه‌اش حمـل دارو می‌باشـد و بـه وسـیله میـدان الکترومغناطیسـی هدایـت می‌شـود. ایـن سیسـتم از یـک نانـو لولـه کربنـی تشـکیل شـده اسـت کـه از یـک سـمت بـه اتم‌هـای آهـن متصـل می‌گـردد و از سـمت دیگـر بـه مولکـول سـنگینی ماننـد فلوریـن کـه قابلیـت حمـل دارو را دارد[۷]. ایـن سیسـتم درون یـک سـیال قـرار دارد کـه می‌توانـد آب یـا خـون باشـد. لـذا ابتـدا توضیحاتـی مختصـر در مـورد نانولوله‌هـا و نانـوذرات مغناطیسـی صحبـت شـده اسـت چـرا کـه یـک سـر نانولولـه بـه ایـن گونـه ذرات متصـل می‌شـود و سـپس معادلـه حرکـت ایـن سیسـتم را بەدسـت آورده و مـورد بـررسی قـرار داده و در شـرایط مختلـف میـزان جابه‌جائـی، شـتاب و سـرعت سیسـتم را محاسـبه کرده‌ایـم.

۲- ساختار نانو لوله‌های کربنی

در سـال ۱۹۹۱ توسـط پژوهشـگر ژاپنـی بـه نـام سـومیو ایجیمـا[1]، [۸] آزمایشـی بـه وقـوع پیوسـت کـه تـا بـه حـال سـهم بسـزائی در توسـعه نانـو تکنولـوژی داشـته اسـت. او در حـال تغییـر روش تحقیقـات قبلـی بـرای تولیـد فلوریـن بـود کـه بـه طـور اتفاقـی نانـو لولـه کربنـی تولیـد کـرد او بەجـای اتصـال دو الکتـرود گرافیـت آنهـا را در فاصلـه کمـی از یکدیگـر قـرار داد و بیـن آنهـا قـوس الکتریکـی برقـرار کـرد. ایـن قضیـه باعـث شـد بـرای اولیـن بـار نانـو لولـه کربنـی تولیـد شـود. دو نـوع سـاختار متفـاوت بـرای نانـو لولـه کربنـی وجـود دارد:۱- نانـو لوله‌هـای تک‌جـداره [2]-۲ نانـو لوله‌هـای چنـد جـداره[3][۹]. بـرای نانولوله‌هـای کربنـی تـک دیـواره سـه سـاختار تعریـف شـده اسـت. هرچندکـه ایـن سـاختارها واقعـاً از لولـه کـردن ورقه‌هـای گرافیـت بـه دسـت نمی‌آینـد[۱۱و۱۰] ولـی ایـن سـاختارها را می‌تـوان بـا در نظـر گرفتـن مسـیر و جهـت پیچـش گرافیـت بیـان کـرد. اگـر ورقـه گرافیـت را در جهتـی مـوازی بـا پیوندهـای کربن-کربـن بپیچیـم سـاختار آرمچـر [4] را خواهیـم داشـت ولـی اگـر جهـت پیچـش بـا پیوندهـای کربـن- کربـن مـوازی نباشـد سـاختارهای زیگـزاگ[5] و کایـرال[6] را خواهیـم داشـت. [۱۶-۱۱]

۳- نانو ذرات مغناطیسی

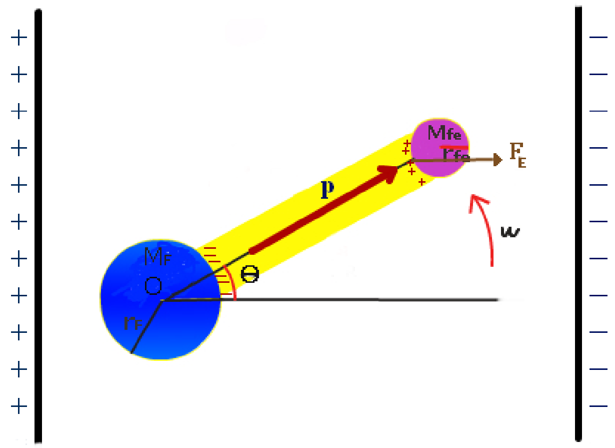
عناصـر پایـه در نانـو آنهائـی هسـتند کـه خواصشـان در مقیـاس نانـو بـا خواصشـان در مقیـاس بزرگتـر متفـاوت اسـت. نانـوذرات جـزء عناصـر پایـه دسـته‌بندی می‌گردنـد. یـک نانـوذره، ذره‌ای اسـت کـه ابعـاد آن ۱ تـا ۱۰۰ نانومتـر باشـد. نانـوذرات در اندازه‌هـای پاییـن نانوخوشـه بـه حسـاب می‌آینـد. نانوبلورهـا نیـز زیرمجموعـه نانـوذرات هسـتند. نانـوذرات مغناطیسـی ماننـد نانـوذرات آهـن وقتـی در میـدان مغناطیسـی قـرار می‌گیرنـد دیگـر بحـث هـم جهتـی حوزه‌هـا در آنهـا مطـرح نیسـت زیـرا هـر ذره تنهـا شـامل یـک حـوزه اسـت بنابرایـن بـرای ایجـاد خـواص مغناطیسـی در ایـن مـواد بـه میـدان کمتـری احتیـاج داریـم و از نظـر زمانـی نیـز بـا سـرعت خیلـی زیـاد مغناطیسـی می‌گردنـد [۱۷]. مـواد فرومغناطیـس دارای حوزه‌هـای مغناطیسـی بـوده کـه هـر حـوزه شـامل هـزاران اتـم می‌باشـد وقتـی ایـن مـواد در میـدان مغناطیسـی قـرار می‌گیرنـد، حوزه‌هـا سـعی در هـم خـط شـدن بـا خطـوط میـدان می‌کننـد. خاصیـت مغناطیسـی ایـن مـواد بـه سـرعت تغییـر مسـیر در حوزه‌هـا بسـتگی دارد. بنابرایـن مـواد فرومغناطیـس دو دسـته‌اند: مـواد فرومغناطیـس نـرم و مـواد فرومغناطیـس سـخت[۱۸و۱۷]. آهـن جـزء مـواد فرومغناطیسـی نـرم و آلیاژهـای نیـکل جـزء مـواد فرومغناطیسـی سـخت هسـتند. سـه عنصـر آهـن، کبالـت و نیـکل و آلیاژهـای مختلـف آنهـا جـزء مـواد فرومغناطیـس هسـتند امـا اگـر دمـای آنهـا از دمـای معینـی کـه دمـای کـوری نامیـده می‌شـود بالاتـر رود پارامغناطیـس می‌شـوند. بـرای آهـن دمـای کـوری ۱۰۴۳ درجـه سـانتیگراد می‌باشـد. [۱۷-۲۰]

٤-محاسبه معادله حرکت نانولوله کربنی آهن‌دار در میدان الکترومغناطیسی

1. Sumio Iijima
2. Single wall
3. Multi wall
4. Armchair
5. Zigzag
6. Chiral

٤-۱ تأثیر میدان الکتریکی

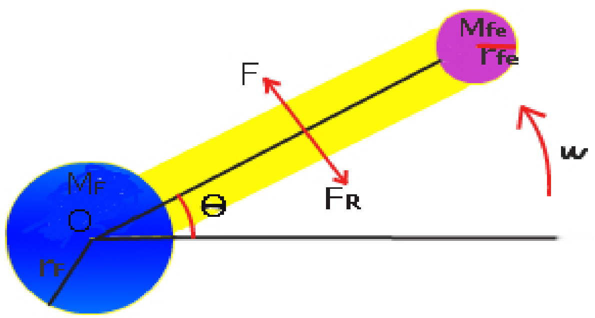
سیستمی را در نظر می‌گیریم که دارای یک نانولوله کربنی می‌باشد که ۱۲۰ اتم کربن در امتداد طول و ۲۲ اتم کربن در راستای سطح مقطع میله وجود دارد. یک سر این نانولوله را به نانوذرات آهن وصل می‌کنیم و سر دیگر آن به مولکول سنگینی مانند فولرین متصل می‌شود. جرم ذرات آهن را با M_{Fe} و جرم فولرین را با M_F و جرم نانولوله کربنی را با M_C نمایش می‌دهیم و طول نانولوله کربنی L است. سیستم ما که اکنون در سیال قرار دارد جهت خاصی ندارد. برای آنکه سیستم جهت خاصی را در فضا اختیار کند میدان الکتریکی را اعمال می‌کنیم. این میدان باعث می‌شود نانولوله کربنی پلاریزه شود و دو قطبی حاصل از این پلاریزاسیون در جهت میدان قرار می‌گیرد. اگر این دو قطبی از حالت تعادل خارج گردد مجدداً به حالت تعادل خود برمی‌گردد. بنابراین چرخش در سیستم خواهیم داشت. (شکل۱)



شکل(۱): اتم Fe به چند مولکول سنگین بوسیله یک میله نانوکربنی متصل شده است. سیستم در یک میدان الکتریکی یکنواخت E_O قرار گرفته و به اندازه θ منحرف شده است.

۳-۲ حرکت نانو لوله در سیال

در شکل۱ این مطلب نشان می دهد که میدان الکتریکی موجب چرخش سیستم گردید، حال اگر بخواهیم این چرخش را تحلیل کنیم باید بگوئیم که در هنگام چرخش نانولوله کربنی نیروی F را به سیال وارد می‌کند و طبق قانون عمل و عکس‌العمل نیوتن سیال نیز نیروی F_R را به نانولوله وارد می‌کند که این نیرو مساوی با F بوده ولی در خلاف جهت آن می‌باشد. نیروی F_R باعث می‌شود که نانو لوله کربنی حرکتی به سمت عقب (خلاف جهت+ محور x) داشته باشد.چرخش با سرعت زاویه‌ای ω صورت می‌گیرد، جرم نانولوله M_C می‌باشد و چگالی سیال را با ρ نمایش می‌دهیم. (شکل۲)



شکل(۲): نیروی رانشی که بر اثر چرخش نانولوله کربنی ازطرف سیال بر سیستم وارد می‌شود.

٤-۲-۱- محاسبه نیروی F_R

برای به دست آوردن نیروی F_R در شکل ۲ باید تغییر اندازه حرکت سیستم را به دست آوریم و باید در مرکز جرم محاسبه گردد. ما توزیع جرم در سیستم را به نحوی در نظر می‌گیریم که مرکز جرم در وسط جرم سنگین واقع شود. درشکل ۲ این نقطه با O نمایش داده شده است.

$$P = F_R T \qquad \Rightarrow \qquad \Delta P = F_R \Delta T \qquad (۱)$$

$$\begin{cases} P = M_C V \ \Rightarrow \ \Delta P = M_C \Delta V & (۲) \\ V = r\omega \ \Rightarrow \ \Delta V = r\Delta\omega \Rightarrow \Delta V = L/2\ \Delta\omega & (۳) \end{cases}$$

اگر L طول نانولوله باشد r=L/2

از موارد(۱) و(۲) و(۳) نتیجه می گیریم:

$$F_R \Delta T = m_C \, {}^{L}\!/_{2} \, \Delta\omega$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$F_R = m_C \frac{L}{2}\frac{\Delta\omega}{\Delta T} \qquad \Rightarrow F_R = -\frac{m_C L}{2}\ddot{\theta}$$

با جایگزین کردن مقدار m رابطه (۱) به دست می آید.

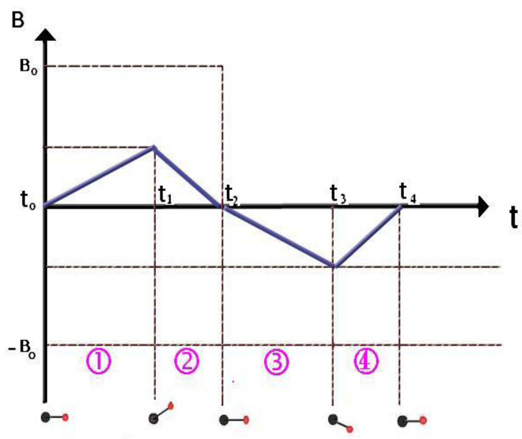
$$m_c = \rho\sigma L$$

$$F_R = \frac{-\rho\sigma L^2\ddot{\theta}}{2} \qquad (۱)$$

σ: سطح جانبی مؤثر نانو لوله، M_c : جرم نانولوله، ρ: چگالی سیال می باشند. اگر نیرویی که نانولوله به سیال وارد می‌کند F_R که ناشی از نیروی وارد از طرف سیال بر نانولوله است (+) باشد (−) خواهد بود.

۳-٤ تأثیر میدان مغناطیسی

اگر یک اتم آهن را تحت تأثیر میدان مغناطیسی متناوب $B(T) = B_0 \frac{(t-t_0)}{\Delta T}$ قرار دهیم، (شکل۳)، گشتاور دوقطبی مغناطیسی اتمی آهن، با خطوط میدان هم راستا می‌شود و جذب B می‌گردد. بنابراین به ذرات آهن نیروی مغناطیسی F_M وارد می گردد.



شکل(۳): تغییرات میدان مغناطیسی نسبت به زمان در امتداد محور Z و تقسیم آن به چهار ناحیه

میدان مغناطیسی در چهار ناحیه به صورت زیر است:

$$B_1(T) = B_0 \frac{T - T_0}{\Delta T}$$

$$B_2(T) = B_0 - \frac{B_0}{\Delta T}(T - T_1)$$

$$B_3(T) = \frac{-B_0}{\Delta T}(T - T_2)$$

$$B_4(T) = -B_0 + \frac{B_0}{\Delta T}(T - T_3)$$

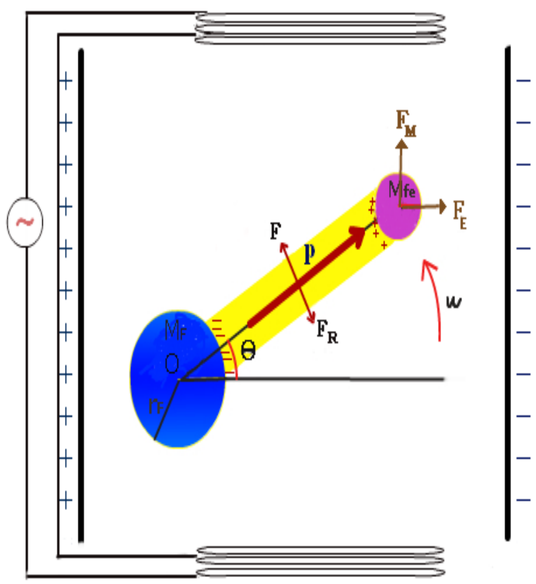
۳-۳-۱- محاسبه نیروی F_M

$$F_M = \frac{-\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial u}{\partial t}\frac{\partial t}{\partial z} \qquad (۱)$$

$$z = Vt \;\Rightarrow \frac{\partial z}{\partial T} = L\omega = L\theta^{\bullet} \qquad (۲)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می گیریم:

$$F_M = -\frac{\partial u}{\partial T}\left(\frac{1}{L\dot{\theta}}\right) \qquad (۳)$$



شکل (۴): در میدان مغناطیسی به سیستم نیروی وارد میگردد F_M.

فرض می‌کنیم دو قطبی مغناطیسی زاویه ξ با B(میدان مغناطیسی) بسازد:

$$u = -m.B(t) = \frac{-mB_0(T-T_0)\cos\xi}{\Delta T}$$

$$\frac{\partial u}{\partial T} = \frac{-mB_0}{T} \qquad (۴)$$

از روابط(۴) و (۳)خواهیم داشت:

$$F_M = \frac{mB_0}{\Delta T}\,\frac{1}{L\theta^{\bullet}} < \cos\xi > \qquad (۲)$$

که رابطه اصلی ۲ بدست می آید: mگشتاور دوقطبی مغناطیسی، u(t) : انرژی پتانسیل مغناطیسی

٤-٤ -معادله حرکت سیستم در چهار ناحیه

برای بررسی حرکت سیستم، چهار ناحیه جدا از هم در نظر می‌گیریم و معادلات حرکت را با دو درجه آزادی (x و θ) حل می‌کنیم. در ناحیهٔ اول و سوم سیستم به سمت عقب حرکت می‌کند ولی در ناحیه دوم و چهارم حرکت آن به سمت جلو می‌باشد. در لحظات T_1 و T_2 سیستم ساکن است.

٤-٤-١- به دست آوردن معادله دیفرانسیل حرکت

ابتدا معادله گشتاور نیرو را با داشتن نیروهای مغناطیسی، الکتریکی، مقاوم و نیروی ناشی از چگالی سیال بر نانولوله می‌نویسیم.

گشتاور ناشی از میدان الکتریکی:

$$\tau = P\times E = PE\,\mathrm{Sin}\,\theta$$

$$\begin{cases} P = 2rq \\ F_E = qE \\ l = 2r \end{cases} \qquad P\times E = 2r\ F_E\ \mathrm{Sin}\theta$$ باجایگذاری

مقادیرP,F,l خواهیم داشت:

$$P\times E = -L\ F_E\ \mathrm{Sin}\,\theta$$

گشتاور ناشی از چگالی سیال

$$\tau = r\times F_R = \frac{L}{2}F_R\,\mathrm{Sin}\,\theta$$

$$= -\frac{L}{2}F_R \qquad \tau = \frac{L}{2}F_R\ \mathrm{Sin}\,90^\circ$$

گشتاور ناشی از میدان مغناطیسی

$$\tau = rF_M\ \mathrm{Sin}\,(90+\theta)$$

$$\tau = rF_M \cos\theta$$

$$r = L \Rightarrow \tau = LF_M\cos\theta$$

گشتاور ناشی از نیروی مقاوم

$$\tau = r\times F_f = -\frac{L}{2}F_f$$

نیروی مقاوم با سرعت رابطه خطی دارد:

$$F_f = b\frac{L}{2}\theta^{\bullet}$$

برای به دست آوردن گشتاور کل،گشتاورهای به دست آمده را با هم جمع می کنیم رابطه اصلی ۳ بدست می آید:

(۳)

$$\tau = LF_M\cos\theta - LF_E\,\mathrm{Sin}\,\theta - {}^{L}\!/_{2}\,F_F - {}^{L}\!/_{2}\,F_R = I_{\circ}\ddot{\theta}$$

با جایگزین کردن نیروها خواهیم داشت:

$$\frac{L\,m_{Fe}B_{\circ} < \cos\xi >}{\Delta T\ L\dot{\theta}}\cos\theta - LPE_{\circ}\,\mathrm{Sin}\,\theta$$

$$-\frac{LbL\dot{\theta}}{4} + \frac{L\rho\sigma L^2}{4}\ddot{\theta} = I\ddot{\theta}$$

برای دامنه‌های کوچک می‌توان نوشت:

$$\frac{Lm_{Fe}B_0 < \cos\xi >}{\Delta T\dot{\theta}} - PE_{\circ}\theta - \frac{bL^2}{4}\dot{\theta} + \frac{\rho\sigma L^3}{4}\ddot{\theta} = I_{\circ}\ddot{\theta}$$

$$< \cos\xi >= {}^{1}\!/_{2}$$

$$\ddot{\theta}(I_{\circ} - \frac{\rho\sigma L^3}{4}) + \frac{bL^2}{4}\dot{\theta} + PE_{\circ}\theta = \frac{M_{Fe}B_{\circ}}{2\Delta T}\,\frac{1}{\dot{\theta}}$$

عبارت را بر حسب درجه مرتب می کنیم.

$$\ddot{\theta}+\underbrace{\frac{bL^2/4}{I_0-\frac{\rho\sigma L^3}{4}}}_{\alpha}\dot{\theta}+\underbrace{\frac{PE_\circ}{I_\circ-\frac{\rho\sigma L^3}{4}}}_{\omega_\circ 2}\theta=\underbrace{\frac{M_{fe}B_0/2\Delta T}{I_\circ-\frac{\rho\sigma L^3}{4}\dot{\theta}}}_{\beta}$$

برای به دست آوردن معادله حرکت باید رابطه اصلی ۴ معادله دیفرانسیل زیر حل شود:

$$\dot{\theta}(\ddot{\theta}+\alpha\dot{\theta}+\omega_\circ^2\theta)=\beta \qquad (۴)$$

٤-٤-٢- حل معادله دیفرانسیل حرکت

برای حل این معادله قرار می‌دهیم:

$$\dot{\theta}=P \rightarrow \ddot{\theta}=P\frac{dP}{d\theta}$$

طرفین را بر θ^2 تقسیم می‌کنیم.

$$P^2\frac{dP}{d\theta}+\alpha P^2+\omega_\circ^2 P\theta=\beta$$

$$\left(\frac{P}{\theta}\right)^2\frac{dP}{d\theta}+\alpha\left(\frac{P}{\theta}\right)+\omega_\circ^2\left(\frac{P}{\theta}\right)=\beta$$

برای سادگی کار تغییر متغیر می دهیم:

$$\frac{P}{\theta}=u\rightarrow P=\theta u\rightarrow\frac{dP}{d\theta}=u+\frac{du}{d\theta}\theta$$

$$u^2(u+\frac{du}{d\theta}\theta)+\alpha u^2+\omega_\circ^2 u=\beta$$

$$\frac{du}{d\theta}=\frac{\beta-(\omega_\circ^2 u+\alpha u^2+u^3)}{u^2\theta}$$

متغیرها را مرتب می کنیم و انتگرال می گیریم.

$$\int\frac{u^2du}{\beta-(u^3+\alpha u^2+\omega_\circ^2 u)}=\int\frac{d\theta}{\theta}$$

جمله $\frac{\alpha^3}{27}$ را در مخرج کسراضافه و کم می‌کنیم: تغییر متغیر می‌دهیم:

$$\omega_o^2=\frac{\alpha^2}{3}, \qquad \gamma^3=\beta+\frac{\alpha^3}{27}, \qquad Z=u+\frac{\alpha}{3}$$

طبق اتحاد زیر داریم:

$$\gamma^3-Z^3=(\gamma-Z)(\gamma^2+Z^2+\gamma Z)$$

با جایگذاری خواهیم داشت:

(۱)

$$\frac{(Z-\frac{\alpha}{3})^2}{(\gamma-Z)(\gamma^2+Z^2+\gamma Z)}=\frac{Z^2+\frac{\gamma^2}{9}-\frac{2}{3}\alpha Z}{(\gamma-Z)(\gamma^2+Z^2+\gamma Z)}$$

کسر را تجزیه می‌کنیم:

$$\frac{Z^2+\frac{\alpha^2}{9}-\frac{2}{3}\alpha Z}{(\gamma-Z)(\gamma^2+Z^2+\gamma Z)}=\frac{A_1}{\gamma-Z}+\frac{A_2Z+A_3}{\gamma^2+Z^2+\gamma Z}$$

(۲)

$$=\frac{A_1(\gamma^2+Z^2+\gamma Z)+(A_2Z+A_3)(\gamma-Z)}{(\gamma-Z)(\gamma^2+Z^2+\gamma Z)}$$

$$=\frac{(A_1-A_2)Z^2+(A_1\gamma+A_2\gamma-A_3)Z+A_1\gamma^2+A_3\gamma}{(\gamma-Z)(\gamma^2+Z^2+\gamma Z)}$$

با مساوی قرار دادن عبارت های (۱)و(۲) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} A_1-A_2=1\rightarrow A_2=A_1-1 \\ A_1\gamma+A_2\gamma-A_3=-\frac{2}{3}\alpha \\ A_1\gamma^2+A_3\gamma=\frac{\alpha^2}{9}\rightarrow A_3=\frac{1}{\gamma}(\frac{\alpha^2}{9}-A_1\gamma^2) \end{cases}$$

یکی از متغیرها را حذف می کنیم:

$$A_1\gamma+(A_1-1)\gamma-\frac{1}{\gamma}(\frac{\alpha^2}{9}-A_1\gamma^2)=-\frac{2}{3}\alpha$$

$$A_1\gamma+A_1\gamma-\gamma-\frac{\alpha^2}{9\gamma}+A_1\gamma=-\frac{2}{3}\alpha$$

$$3A_1\gamma-\gamma-\frac{\alpha^2}{9\gamma}=-\frac{2}{3}\alpha$$

بدین ترتیب متغیر ها به دست می آیند:

$$3A_1\gamma=\gamma+\frac{\alpha^2}{9\gamma}-\frac{2}{3}\alpha$$

$$A_1=\frac{\gamma}{3\gamma}+\frac{\alpha^2}{27\gamma^2}-\frac{2}{9}\frac{\alpha}{\gamma}$$

$$A_1=\frac{9\gamma^2+\alpha^2-6\alpha\gamma}{27\gamma^2}$$

$$A_2=A_1-1=\frac{-2}{3}+\frac{\alpha^2}{27\gamma^2}-\frac{2}{9}\frac{\alpha}{\gamma}=\frac{-18\gamma^2+\alpha^2-6\alpha\gamma}{27\gamma^2}$$

$$A_3=\frac{1}{\gamma}\left(\frac{\alpha^2}{9}-\frac{9\gamma^2+\alpha^2-6\alpha\gamma}{27}\right)=\frac{3\alpha^2-9\gamma^2-\alpha^2+5\alpha\gamma}{27\gamma}$$

$$A_3=\frac{2\alpha^2-9\gamma^2+6\alpha\gamma}{27\gamma}$$

بنابراین داریم:

$$\int I=\int\frac{9\gamma^2+\alpha^2-6\alpha\gamma}{\gamma-Z}dZ+$$

$$\int\frac{\frac{-18\gamma^2+\alpha^2-6\alpha\gamma}{27\gamma^2}Z+\frac{2\alpha^2-9\gamma^3+6\alpha\gamma}{27\gamma}}{\gamma^2+Z^2+\gamma Z}dZ$$

$$I_1=-\frac{9\gamma^2+\alpha^2-6\alpha\gamma}{27\gamma^2}Ln(\gamma-Z)$$

$$I_1=-A_1Ln(\gamma-Z)$$

برای قسمت دوم انتگرال داریم:

$$I_2=\int\frac{A_2Z+A_3}{\gamma^2+Z^2+\gamma Z}dZ=\frac{A_2}{2}\int\frac{2Z+(\gamma-\gamma)}{\gamma^2+Z^2+\gamma Z}dZ+$$

$$\int\frac{A_3dZ}{\gamma^2+Z^2+\gamma Z}$$

$$I_2=\frac{A_2}{2}\int\frac{(2Z+\gamma)dZ}{\gamma^2+Z^2+\gamma Z}+$$

$$\left(\frac{-A_2\gamma}{2}+A_3\right)\int\frac{dZ}{\gamma^2+Z^2+\gamma Z}$$

رابطه بالا خود شامل دو انتگرال می باشد که آنها را انتگرال های ۳و۴می نامیم:

$$I_3=\frac{A_2}{2}\ln(\gamma^2+Z^2+\gamma Z)$$

$$I_4=\int\frac{dZ}{\gamma^2+Z^2+\gamma Z}=\int\frac{dZ}{\left(Z+\frac{\gamma}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\gamma^2}$$

برای حل انتگرال۴ مخرج کسر را مربع کامل می کنیم:

$$\frac{4}{3\gamma^2}\int\frac{dZ}{\left(\frac{Z+\frac{\gamma}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}\gamma}\right)^2+1}=\frac{2}{\sqrt{3}\gamma}\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}(2Z+\gamma)}{3\gamma}\right)$$

در نهایت خواهیم داشت:

$$I=-\frac{9\gamma^2+\alpha^2-6\alpha\gamma}{27\gamma^2}\ln(\gamma-Z)$$

$$+\frac{-18\gamma^2+\alpha^2-6\alpha\gamma}{2\times27\gamma^2}\ln(\gamma^2+Z^2+\gamma Z)+$$

$$+\frac{2}{\sqrt{3}\gamma}\tan^{-1}\left(\frac{Z-\frac{\gamma}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}\gamma}\right)\times\left(-\frac{A_2\gamma}{2}+A_3\right)=Ln\theta$$

پس از ساده سازی داریم:

$$Ln\,\theta=-A_1Ln(\gamma-Z)+\frac{A_2}{2}Ln(\gamma^2+Z^2+\gamma Z)$$

$$+\frac{2}{\sqrt{3}\gamma}\left(-\frac{A_2\gamma}{2}+A_3\right)\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}(2Z+\gamma}{3\gamma}\right)$$

بسط توابع زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} Ln\,x \approx (x-1) \\ Ln(\gamma - Z) \approx Ln\gamma - \dfrac{Z}{\gamma} \\ Ln(\gamma^2 + Z^2 + \gamma Z) \approx 2Ln\gamma + \dfrac{Z^2+\gamma Z}{\gamma^2} \\ \text{Arctan}\,x \approx x - \dfrac{1}{3}x^3 \end{cases}$$

در نتیجه:

$$\theta - 1 = -A_1\left(Ln\gamma - \frac{Z}{\gamma}\right) + \frac{A_2}{2}\left(2\ln\gamma + \frac{Z^2+\gamma Z}{\gamma^2}\right) +$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}\gamma}\left(\frac{\sqrt{3}(2Z+\gamma)}{3\gamma}\right)$$

$$\theta - 1 = -A_1\ln\gamma + \frac{A_1}{\gamma}Z + A_2\ln\gamma +$$

$$A_2\left(\frac{Z^2+\gamma Z}{2\gamma^2}\right) + \frac{2(2Z+\gamma)}{3\gamma^2}$$

بنابراین:

$$\frac{A_2}{2\gamma^2}Z^2 + \left(\frac{A_1}{\gamma} + \frac{A_2}{2\gamma}\right)Z + A_2\ln\gamma - A_1\ln\gamma = \theta - 1$$

$$\frac{A_2}{2\gamma^2}Z^2 + \left(\frac{A_1}{\gamma} + \frac{A_2}{2\gamma}\right)Z + (A_2 - A_1)h\ \gamma - \theta + 1 = 0$$

Zبرابر است با:

$$Z = \frac{-\left(\frac{A_1}{\gamma} + \frac{A_2}{2\gamma}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{A_1}{\gamma} + \frac{A_2}{2\gamma}\right)^2 - 4\frac{A_2}{2\gamma^2}[(A_2 - A_1\ln\gamma - \theta + 1]}}{\frac{2A_2}{2\gamma^2}}$$

به یک معادله درجه دوم رسیدیم که از طریق Δ آن را حل می کنیم برای حالت تشدید داریم: $\Delta = 0$ ، لذا خواهیم داشت:

$$Z = \frac{-\left(A_1 + \frac{A_2}{2}\right)\frac{1}{\gamma}}{\frac{A_2}{\gamma^2}} = -\left(A_2 + \frac{A_2}{2}\right)\frac{\gamma}{A_2}$$

$$\frac{\dot{\theta}}{\theta} + \frac{\alpha}{3} = \frac{d\ln\theta}{dt} + \frac{\alpha}{3} = -\left(\frac{2A_1 + A_2}{2A_2}\right)\gamma$$

پس از جدا سازی متغیرها داریم:

$$\int\frac{d\theta}{\theta} = \int\left[-\left(A_1 + \frac{A_2}{2}\right)\frac{\gamma}{A_2} - \frac{\alpha}{3}\right]dt$$

$$\ln\theta = -\left[\left(A_1 + \frac{A_2}{2}\right)\frac{\gamma}{A_2} + \frac{\alpha}{3}\right]t + c_1$$

در نهایت θ بر حسب متغیرهای Aبدست می آید:

$$\theta = C_1 e^{-\left[\left(A_1 + \frac{A_2}{2}\right)\frac{\gamma}{A_2} + \frac{\alpha}{3}\right]t}$$

توان eراساده می کنیم و λ می نامیم:

$$\left(A_1 + \frac{A_2}{2}\right)\frac{\gamma}{A_2} = \left(\frac{2A_1 + A_2}{2A_2}\right)\gamma$$

$$= \frac{2A_1 + A_1 - 1}{2A_1 - 2} = \frac{3A_1 - 1}{2A_1 - 2} \qquad (۴)$$

$$\begin{cases} \lambda = \left(\dfrac{3A_1 - 1}{2A_1 - 2}\right)\gamma + \dfrac{\alpha}{3} \\ \lambda = \left(\dfrac{3A_1 - 1}{A_1 - 1}\right)\dfrac{\gamma}{2} + \dfrac{\alpha}{3} \end{cases} \qquad (۵)$$

رابطه ۵ یک رابطه اصلی است.

و حال λ رامحاسبه می کنیم:

$$\theta_1 = (C_1 + D_1 t)e^{-\lambda t}$$

$$\frac{3A_1 - 1}{A_1 - 1} = \frac{3\left(\frac{9\gamma^2 + \alpha^2 - 6\alpha\gamma}{27\gamma^2}\right) - 1}{\frac{9\gamma^2 + \alpha^2 - 6\alpha\gamma}{27\gamma^2} - 1}$$

$$\frac{3A_1-1}{A_1-1}=\frac{\dfrac{27\gamma^2+3\alpha^2-18\alpha\gamma-27\gamma^2}{27\gamma^2}}{\dfrac{9\gamma^2+\alpha^2-6\alpha\gamma-27\gamma^2}{27\gamma^2}}=$$

$$\frac{3\alpha^2-18\alpha\gamma}{\alpha^2-6\alpha\gamma-18\gamma^2}=\frac{3\alpha(\alpha-6\gamma)}{(\alpha-3\gamma)^2-27\gamma^2}$$

$$\frac{3A_1-1}{A_1-1}\gamma+\frac{\alpha}{3}=\frac{3\alpha^2=18\alpha\gamma}{2(\alpha^2-6\alpha\gamma-18\gamma^2)}\gamma+\frac{\alpha}{3}$$

بنابراین λ به صورت زیر بدست می آید:

$$\lambda=\frac{3\alpha^2\gamma-24\alpha\gamma^2+2\dfrac{\alpha^3}{3}}{2(\alpha^2-6\alpha\gamma-18\gamma^2)}$$

$$\lambda=\frac{3\alpha^2\gamma-24\alpha\gamma^2+2\dfrac{\alpha^3}{3}}{2(\alpha^2-6\alpha\gamma-18\gamma^2)}$$

$$=\frac{\alpha(\alpha\gamma-24\gamma^2+\dfrac{\alpha^2}{3})}{\alpha^2-6\alpha\gamma-18\gamma^2}$$

$$\lambda=\frac{-3\alpha^2\gamma-90\alpha\gamma^2+2\alpha^3}{6\alpha^2-36\alpha\gamma-198\gamma^2}$$

θ در چهار ناحیه به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{cases}\theta_1=(C_1+D_1t)e^{-\lambda t}\\ \theta_2=(C_2+D_2t)e^{-\lambda t}\\ \theta_3=(C_3+D_3t)e^{-\lambda t}\\ \theta_4=(C_4+D_4t)e^{-\lambda t}\end{cases}$$

شرایط مرزی θ را در چهار ناحیه می نویسیم:

$$\begin{cases}\theta_1(t=t_0)=0 & , \quad \dot{\theta}_1(t=t_0)=\omega_0\\ \theta_2(t=t_1)=\theta_{\max} & , \quad \dot{\theta}_2(t=t_1)=0\\ \theta_3(t=t_2)=0 & , \quad \dot{\theta}_3(t=t_2)=-\omega_0\\ \theta_4(t=t_3)=-\theta_{\max} & , \quad \dot{\theta}_4(t=t_3)=0\end{cases}$$

با اعمال شرایط مرزی را در ناحیه (I) بدست می آوریم:

$$\begin{cases}(C_1+D_1t_0)e^{-\lambda t_0}=0\\ [D_1-\lambda(C_1+D_1t_0)]e^{-\lambda t_0}=\omega_0\end{cases}\rightarrow C_1=-D_1t_0$$

$$[D_1-\lambda(-D_1t_0+D_1t_0)e^{-\lambda t_0}=\omega_0\rightarrow D_1=\omega_0e^{\lambda t_0}$$

$$C_1=-\omega_0e^{\lambda t_0}=\omega_0$$

$$[D_1-\lambda(-D_1t_0+D_1t_0)]e^{-\lambda t_0}=\omega_0\rightarrow D_1=\omega_0e^{\lambda t_0}$$

$$C_1=-\omega_0e^{\lambda t_0}t_0$$

$$\theta_1=[-\omega_0e^{\lambda t_0}t_0+\omega_0e^{\lambda t_0}t]e^{-\lambda t}$$

$$\theta_1=\omega_0(t-t_0)e^{-\lambda(t-t_0)} \qquad (۶)$$

رابطه ۶ یک رابطه اصلی است و با اعمال شرایط مرزی θ را در ناحیه (II) بدست می آوریم:

$$\theta_2=(C_2+D_2t)e^{-\lambda t}$$

$$\begin{cases}(C_2+D_2t_1)e^{-\lambda t_1}=\theta_{\max}\rightarrow C_2=\theta_{\max}e^{+\lambda t_1}-D_2t_1\\ [D_2-\lambda(C_2+D_2t_1)]e^{-\lambda t_1}=0\end{cases}$$

$$D_2=\lambda(\theta_{\max}e^{\lambda t_1}-D_2t_1+D_2t_1)]e^{-\lambda t_1}=0$$

$$D_2=\lambda\theta_{\max}e^{\lambda t_1}$$

$$C_2=\theta_{\max}e^{\lambda t_1}-\lambda\theta_{\max}e^{\lambda t_1}t_1=\theta_{\max}(1-\lambda t_1)e^{\lambda t_1}$$

$$\theta_2=[\theta_{\max}(1-\lambda t_1)e^{\lambda t_1}+\lambda\theta_{\max}e^{\lambda t_1}t]e^{-\lambda t}$$

$$\theta_2=\theta_{\max}[1+\lambda(t-t_1)]e^{-\lambda(t-t_1)} \qquad (۷)$$

مانند ناحیه های قبلی با اعمال شرایط مرزی θ را در ناحیه (III) بدست می آوریم:

$$\theta_3=(C_3+D_3t)e^{-\lambda t}$$

$$\begin{cases}(C_3+D_3t_2)e^{-\lambda t_2}=0 \rightarrow C_3=-D_3t_2\\ [D_3-\lambda(C_3+D_3t_2)]e^{-\lambda t_2}=-\omega_0\end{cases}$$

$$[D_3-\lambda(-D_3t_2+D_3t_2)]e^{-\lambda t_2}=-\omega_0 \rightarrow D_3=-\omega_0e^{\lambda t_2}$$

$$C_3=\omega_0t_2e^{\lambda t_2}$$
$$\theta_3=[\omega_0t_2e^{\lambda t_2}-\omega_0e^{\lambda t_2}t]e^{-\lambda t}$$

$$\theta_3=-\omega_0(t-t_2)e^{-\lambda(t-t_2)} \qquad (۸)$$

در ناحیه(IV) با اعمال شرایط مرزی θ بدست می آید:

$$\theta_4=(C_4+D_4t)e^{-\lambda t}$$

$$\begin{cases}(C_4+D_4t_3)e^{-\lambda t_3}=-\theta_{\max} \rightarrow C_4=-\theta_{\max}e^{\lambda t_3}-D_4t_3\\ [D_4-\lambda(C_4+D_4t_3)]e^{-\lambda t_3}=0\end{cases}$$

$$[D_4-\lambda(-\theta_{\max}e^{\lambda t_3}-D_4t_3+D_4t_3)]e^{-\lambda t_3}=0$$

$$D_4=-\lambda\theta_{\max}e^{\lambda t_3}$$

$$C_4=-\theta_{\max}e^{\lambda t_3}+\lambda\theta_{\max}t_3e^{\lambda t_3}$$

$$\theta_4=[-\theta_{\max}e^{\lambda t_3}+\lambda\theta_{\max}t_3e^{\lambda t_3}-\lambda\theta_{\max}e^{\lambda t_3}t]e^{-\lambda t}$$

$$\theta_4=-\theta_{\max}[1+\lambda(t-t_3)]e^{-\lambda(t-t_3)} \qquad (۹)$$

اکنون که از معادله دیفرانسیل (۴) توانستیم θ را برای چهار ناحیه به دست آوریم، می‌توانیم با استفاده از این نتیجه میزان جابه‌جائی، سرعت و شتاب را در هریک از نواحی برای سیستم محاسبه کنیم. می‌دانیم که حرکت انتقالی سیستم ناشی از نیروی $F_R\,\mathrm{Sin}\,\theta$ می‌باشد. بنابراین داریم:

$$F_R\,\mathrm{Sin}\,\theta=-ma \qquad (۱۰)$$

در ناحیه اول حرکت به سمت (جهت (-) محور x) است.

$$F_R\,\mathrm{Sin}\,\theta=-m_T\frac{dV}{dT} \Rightarrow V=\frac{\rho\sigma L^2}{2M_T}\int\ddot{\theta}\theta\,dT \qquad (۱۱)$$

M_T: جرم کل سیستم می‌باشد.

$$M_T=M_{Fe}+M_{nanotube}+M_F$$

سرعت را از معادله (۱۱) به کمک مقادیر ثابت در پیوست به دست می‌آوریم و با انتگرال‌گیری از آن می‌توانیم x را داشته باشیم، ضمن اینکه با مشتق‌گیری از V می‌توانیم شتاب سیستم را در هر ناحیه محاسبه کنیم.

٤-٥ محاسبه میدان مغناطیسی

در ابتدا با اعمال میدان الکتریکی گشتاوری ایجاد شد و جهتی را در فضا گزینش کردیم:

$$\tau=PE\,\mathrm{Sin}\,\vartheta$$

حال می‌خواهیم میدان مغناطیسی را اعمال کنیم و سیستم را بچرخانیم. در شرایطی که ماکزیمم زاویهٔ انحراف 6° $(\pi/30)$ باشد:

$$\mathrm{Sin}\,\theta\approx\theta\approx6^\circ$$

میدان مغناطیسی بر میدان الکتریکی عمود است.

$$pE\,\mathrm{Sin}\,\theta=\mu_{Fe}B\,\mathrm{Sin}\,90$$

$$pE\,(\pi/30)=\mu_{Fe}\,B$$

$$B=\frac{pE_0(\pi/30)}{\mu_{Fe}} \qquad (۱۲)$$

٤-٦ محاسبه ممان مغناطیسی اتم آهن

آهن دارای ۲۶ الکترون است که به دور هسته می‌چرخند. ۱۸ عدد از این الکترون‌ها ساختار الکترونی یک اتم آرگون را تشکیل می‌دهند. یعنی در ترازهای انرژی کاملاً پرشده قرار دارند. ۶ الکترون دیگر در تراز δ واقع شده‌اند در حالی که تراز δ ظرفیت ۱۰ الکترون را دارد. بنابراین ۴ فضای خالی الکترون دارد و این دلیل ممان مغناطیسی قوی اتم‌های آهن می‌باشد.

M_e جرم الکترون، h ثابت پلانک و e بار الکترون می باشد:

$$\mu_{Fe}=4\mu_B$$

$$\mu_B=-\frac{eh}{4m_e c}$$

مگلنتـون بوربرابـر اسـت بـا: $\mu_B=9.27\times10^{-24}\ Am^2$
در نتیجـه ممـان مغناطیسـی اتـم آهـن برابـر بـا مقـدار زیـر خواهـد بـود

$$\mu_{Fe}=3.708\times10^{-25} \quad (۱۳)$$

در حالـت کلـی ممـان مغناطیسـی اتمهـای آهـن را شـکل سـاختار تعییـن می‌کنـد.

۴-۷- محاسبه ΔT,λ

بـرای بەدسـت آوردن ΔT در ناحیـه (I) از شـرایط مـرزی اسـتفاده می‌کنیـم. $\Delta t=t_1-t_0$

در ناحیـه اول در لحظـه $t=t_1$ روابـط بـه ایـن شـکل خواهـد بـود:

$$t=t_1\Rightarrow\dot{\theta}_1=0$$

با توجه به معادله (۶) داریم:

$$\theta_1=\omega_0(t-t_0)e^{-\lambda(t-t_0)}=\omega_0\Delta Te^{-\lambda\Delta t}$$

$$\dot{\theta}_1=e^{-\lambda\Delta t}(1-\lambda(\Delta t))=0$$

$$\begin{cases}e^{-\lambda\Delta t}=0\\(1-\lambda(\Delta t)=0\Rightarrow\Delta t=\dfrac{1}{\lambda}\end{cases}$$

با جایگذاری Δt از رابطه قبل خواهیم داشت:

$$\theta_1=\omega\Delta te^{-\frac{1}{\Delta t}\Delta t}$$

$$\Delta t=\theta_1\omega e \quad (۱۴)$$

بـا توجـه بـه رابطـه (۱۴) Δt رابطـه مسـتقیم بـا فرکانـس اعمـال شـده دارد. ضمـن اینکـه ماکزیمـم θ می‌توانـد ۰/۱ رادیـان باشـد تـا تقریـب زده شـده بـرای حـل معادلـه دیفرانسـیل (۴) در مـورد زوایـای کوچـک خدشـه‌دار نشـود.

$$\theta_{max}=$$ ۶(درجه)=۰/۱ (رادیان)

ω هـم می‌توانـد مقادیـر مختلفـی اختیـار کنـد کـه دراینجـا ωرا ۱۰۳ اختیـار می‌کنیـم، خواهیـم داشـت:

$$\Delta t=0.1\times10^3\times e=0.27\times10^{-3} \quad (۱۵)$$

$$\lambda=\frac{1}{\Delta t}\Rightarrow\lambda=3.7\times10^3 \quad (۱۶)$$

۳-۸- محاسبه $\Delta t'$

بـازه زمانـی در ناحیـه (۱) و (۳) را بـا Δt نشـان دادیـم در نواحـی (۲) و (۴) ایـن بـازه زمانـی را بـا $\Delta t'$ نمایـش می‌دهیـم و بـا توجـه بـه اینکه $\rho=\rho_0\frac{\Delta t'}{\Delta t}$ بـازه زمانـی کـه انتخـاب می‌کنیـم میـزان چگالـی سـیال را در بازه‌هـای چهارگانـه تحـت تأثیـر قـرار می‌دهـد. ماننـد حرکـت در بـاتلاق کـه هرچـه بیشـتر دسـت و پـا بزنیـم سـریع‌تر فـرو می‌رویـم، گویـا چگالـی بـاتلاق کمتـر می‌شـود. در صورتـی کـه اگـر سـاکن باشـیم یعنـی سـرعت کمتـر داشـته باشـیم چگالـی بـاتلاق بیشـتر خواهـد بـود و کمتـر فـرو می‌رویـم. بـا توجـه بـه رابطـه (۱۰) کـه سـرعت سیسـتم را در چهـار ناحیـهٔ حرکـت می‌دهـد، هرچـه چگالـی سـیال بیشـتر باشـد سـرعت پیـش روی (در جهـت (−) یـا (+)) بیشـتر خواهـد بـود زیـرا نیـروی انتقالـی کـه $-F_R\,\mathrm{Sin}\,\theta$ می‌باشـد بـا ρ رابطـه مسـتقیم دارد:

$$F_R=-\frac{\rho\sigma L^2}{2}\ddot{\theta}$$

بنابرایـن رابطـه $\rho=\rho_0\frac{\Delta t'}{\Delta t}$ نشـان می‌دهـد کـه وقتـی $\Delta t>\Delta t'$ باشـد در ایـن نواحـی چگالـی کمتـر خواهـد بـود در نتیجـه در بـازه زمانـی Δt جابه‌جائـی کمتـری در راسـتای X خواهیـم داشـت. پـس بـا تنظیـم بازه‌هـای زمانـی در ۴ ناحیـه
می‌توانیـم میـزان جابه‌جائـی سیسـتم را کنتـرل کنیـم. میـزان جابه‌جائـی سیسـتم را در شـرایطی بررسـی خواهیـم کـرد کـه:

$$\frac{\Delta t}{\Delta t'}=1,2,3$$

مسـلماً شـرایطی مطلوب‌تـر خواهـد بـود کـه در زمـان مشـخص جابه‌جائـی بیشـتری را در جهـت (+) محـور (X)

بـه همـراه داشـته باشـد.

٤-۹-شرطی برای لختی دورانی

در فرکانـس طبیعـی سیسـتم در مخـرج کسـر نبایـد صفـر یـا منفـی داشـته باشـیم، بنابرایـن طبـق رابطـه خواهیـم دا ـت:

$$\omega_0^2 = \frac{pE_0}{I_0 - \frac{\rho\sigma L^3}{4}} \Rightarrow I_0 - \frac{\rho\sigma L^3}{4} > 0$$

$$I_0 > \frac{\rho\sigma L^3}{4}$$

براسـاس مقادیـر ثابـت در پیوسـت محـدوده لختـی دورانـی مشـخص می شـود:

$$I_0 > 2.56\times10^{-38} \qquad (۱۷)$$

٤-۱۰- شرطی برای جرم و شعاع

لختـی دورانـی را نسـبت بـه مرکز،جـرم سـنگین می نو یسـیم.

(۱۸)

$$I = \frac{2}{5}m_F R_F^2 + \frac{1}{3}m_{nonorube}L^2 + m_{nanorube}R_F^2$$

$$+\frac{7}{5}m_{Fe}R_{Fe}^2 + m_{Fe}L^2 + m_{Fe}R_F^2$$

ممان اینرسی جرم سنگین نسبت به مرکز خودش:

$$\frac{2}{5}m_F R_F^2$$

ممان اینرسی نانولوله نسبت به مرکز مولکول سنگین:

$$\frac{7}{5}m_{Fe}R_{\mathrm{Re}}^2 + m_{Fe}L^2 + m_{Fe}R_F^2$$

بنابراین ممان اینرسی کل به صورت زیر است:

$$I = {}^2\!/_5\, m_F R_F^2 + 4.93\times10^{-39} +$$

$$(m_{nanorube} + m_{Fe})R_F^2 + 26.16\times10^{-42}$$

$$I = 4.94\times10^{-39} + (9.275\times10^{-26} + 0.4m_F)R_F^2$$

شـرط زیـر بـرای جـرم و شـعاع مولکـول سـنگین بـر حسـب I بـه دست می آیـد:

$$(9.275\times10^{-26} + 0.4m_F)R_F^2 = I - 4.94\times10^{-39} \qquad (۱۹)$$

یعنـی وقتـی I کل را محاسـبه کردیـم، می‌توانیـم جـرم و شـعاع مولکـول سـنگین را حـدس بزنیـم.

٤-۱۱-محاسبه α، γ، β ، I

فرکانـس خاصـی را در نظـر می‌گیریـم: مـثلاً $w=10^3$ با توجـه بـه دو شـرطی کـه در حـل معادلـه دیفرانسـیل (۴) کـه در زیـر مشـاهده می کنیـد:

$$\dot\theta(\ddot\theta + \alpha\dot\theta + \omega_\circ^2\theta) = \beta$$

و از آنهـا اسـتفاده شـد می‌توانیـم بـه مقـداری بـرای γ، β و I برسـیم.

$$\begin{cases} \omega^2 = \frac{\alpha^2}{3} \\ \gamma^3 = \beta + \frac{\alpha^3}{27} \end{cases} \qquad (۲۰) و(۲۱)$$

– محاسبه α

$$\omega^2 = \frac{\alpha^2}{3}$$

$$\Rightarrow \alpha = 1.73\times10^3 \qquad (۲۲)$$

$$\omega = 10^3$$

– محاسبه γ

در قسـمت‌های قبـل بـه دسـت آوردیـم $\lambda = \frac{1}{\Delta t}$ بـا توجـه بـه ماکزیمـم زاویـه انحـراف Δt بـه دسـت آمـد و λ معلـوم شـد،

$$\lambda = 3.72\times10^3 \qquad (۱۶)$$

اگـر در فرمـول (۵) به‌جـای α مقـدارش را جایگزیـن کنیـم مقـدار γ بـه دسـت می‌آیـد:

$$\lambda = \frac{(3A-1)}{2A_1 - 2}\gamma + {}^{\alpha}\!/_3 = \frac{\alpha(-3\alpha\gamma - 90\gamma^2 + 2\alpha^2)}{6\alpha^2 - 36\alpha\gamma - 108\gamma^2}$$

مقدارλ رانیز جایگزین می کنیم.

جدول(۱): تغییر پارامترها درفرکانس های مختلف

□(HZ)	$\Delta t(s)$	$\lambda(\frac{1}{s})$	α(HZ)	γ	β	I
10^3	0.27×10^{-3}	3.72×10^3	1.73×10^3	206.2	183.2×10^6	0.262×10^{-34}
10^4	0.27×10^{-4}	3.72×10^4	1.73×10^4	2062.66	183.2×10^9	0.262×10^{-36}
10^5	0.27×10^{-5}	3.72×10^5	1.73×10^5	2066.6	183.2×10^{12}	0.278×10^{-37}
10^6	0.27×10^{-6}	3.72×10^6	1.73×10^6	206266	183.2×10^{15}	0.256×10^{-37}

$$3.72\times10^3 =$$

$$\frac{1.73\times10^3(-3\times1.73\times10^3\gamma-90\gamma^2+2(1.73\times10^3)^2)}{6(1.73\times10^3)^2-36(1.73\times10^3)\gamma-108\gamma^2}$$

حل این رابطه به یک معادله درجه ۲ می‌انجامد که یکی از ریشه‌ها(−) می‌شود و قابل قبول نیست. ریشه دیگر همان γ خواهد بود.

$\gamma_1=-1109.04$ ق.ق.غ

$\gamma_2=206.266$ ق.ق (۲۳)

–محاسبه β

از رابطه ۲۱ داریم:

$$\gamma^3=\beta+\frac{\alpha^3}{27}$$

با داشتن γ و α می‌توانیم β را محاسبه کنیم.

$$\gamma=206.26$$

$$\Rightarrow(206.26)^3=\beta+\frac{(1.73\times10^3)^3}{27}\Rightarrow$$

$$\alpha=1.73\times10^3$$

$$\beta=183.2\times10^6 \quad (۲۴)$$

– محاسبه I

I را می‌توانیم از رابطه β به دست آوریم.

$$\beta=\frac{m_{Fe}\beta_0/2\Delta t}{I_0-\frac{\rho\sigma L^3}{4}}$$

$$=\ 183.2\times10^6=\frac{9.27\times10^{-26}\times2/8\times10^{-5}/2\times0.27\times10^{-3}}{I_0-\frac{1000\times2.58\times10^{-6}\times1.68\times10^{-8}}{4}}$$

$$I=0.262\times10^{-34} \quad (۲۵)$$

اگر این نتیجه را در قسمت شرط برای جرم و شعاع مولکول سنگین(۹۱) وارد کنیم خواهیم داشت:

$$(9.275\times10^{26}+0.4m_F)R_F^2=$$

$$0.262\times10^{-34}-4.94\times10^{-39}=0.262\times10^{-34}$$

$$(9.275\times10^{-26}+0.4m_F)R_F^2=0.262\times10^{-34}$$

بنابراین می‌توانیم نتایج را در جدول زیر خلاصه کنیم. ضمن اینکه در فرکانس های دیگر نیز این پارامترها را به دست می‌آوریم.

با توجه به شرطی که برای I به دست آوردیم.

$$I>2.56\times10^{-38}$$

مقادیر به دست آمده برای I در جدول(۱) نشان می‌دهد که این فرکانس‌ها مجاز هستند.

۵-نتیجه گیری

با ساختن یک نانو ربات به‌وسیله نانو لوله‌کربنی و اتصال دو سر آن به مولکول سنگین و نانوذرات آهن می‌توانیم داروی موردنظر را در مولکول سنگین قرار داده و به وسیله میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی معادله حرکت سیستم را در دست بگیریم و سرعت و جابه‌جائی آن را تنظیم کنیم. این نانوربات چون قابل کنترل است می‌تواند به‌گونه‌ای هدایت شود که درست در محل موردنظر قرار گرفته و با تغییر دما مولکول سنگین باز شده و دارو را تخلیه کند. بنابراین دیگر سلول‌ها تحت تأثیر این دارو قرار نمی‌گیرند و تخریب نمی‌گردند. با محاسبه معادله حرکت در

هـر لحظـه سـرعت متفـاوتی، بـا توجـه بـه شـرایط انتقـال دارو، می توانیـم بـه سیسـتم بدهیـم. اگـر سیسـتم بخواهـد در درون خـون جریـان پیـدا کنـد علاوه بـر تغییرِ چگالـی، مباحـث دیگـری نیـز مطـرح خواهـد شـد. مـثلا اینکـه سیسـتم بایـد بـا مـوادی اسـتتار شـود کـه سـلول اجـازه ورود آن را بدهـد و آن را ماننـد یـک جسـم خارجـی، دفـع نکنـد و بـا فیزیولـوژی بـدن سـازگار باشـد و یـا اینکـه خـود جریـان خـون روی سـرعت سیسـتم تاثیـر می گـذارد. در نهایـت چنیـن سیسـتمی، درون هـر سیـالی کـه احتیـاج بـه عملیـات انتقـال مـاده ای در ابعـاد نانـو داشـته باشـد مفیـد واقـع می شـود.

مراجع

[1] M.S Dresselhaus, G. Dresselhaus, P. C. Eklund, Science of Fullerenes and Carbon Nanotube ,New York,Elsevier, 1st Edition - February 20, 1996.

[2] X.Li, W. E. Daniel, Z. Wei-Xian ,Zero-valnet Nanoparticles for Abatement of Environmental pollutants, Critical Reviews in Solid state and materals science, 31(4) : 111-112.DOI:10.1080/10408430601057611

[3] M. Hosseini, Hamidreza, [translator] and..., «Fundamentals of Nanotechnology», 2008, Kaush Qalam, first edition, 454.

[4] D.D. Awschalom, S. Von Molnar, first edition, UMI, Physics Properties of Nanometer-scale Magnets, 243, 1999,

[5] M. Tina, Z. Wei.Xian, Environmental Technologies at the nanoscale, Environmental science and Technology, 37(5), 2003, DOI: 10.1021/es0323998

[6] Nalwa H.S ,2000, Nanostructured Materials and Nanotechnology,Academic Press,Boston,65.

[7] Gref.R, Minamitake Y, Peracchia.M.T, Tru .B,1994 ,Biodegradable long-circulating polymeric nanosheres. Science, 263,160. DOI: 10.1126/science.8128245

[8] Iijima. S, 1991,Nature, 354 , 56. DOI: https://doi.org/10.1038/354056a0

[9] Ebbesen. T.W,1996,Carbon Nanotubes, Phys. Today,18 , https://doi.org/10.1016/B978-012513920-5/50010-X

[10] Gennifer Kahn.,2006, National Geographic,98.

[11] Zettl,S,1997, Carbon nano tubes-the route toward applications, Sience, 297, 787-793.

DOI: 10.1126/science.1060928

[12] RuffRs and lorents DC,1995,Mechanical and thermal properties of Carbon nanotubes, 925-930. DOI:10.1016/0008-6223(95)00021-5

[13] Treacy, M.M.J, Ebbesen, T.W. Gibson, S, M.,1996, modulus obserred for individual carbon nanorubes. Nature ,381, 678.

[14] Kong.G, Franklin.N, Zhae.C, Chapline.M,Peng.H,Cho, Dai.F,2000, Science ,287,122.

[15] N. Mowen , C. Chongxiao et al., mechanical and thermal properties of Carbon nanotubes fibers under tension–torsion loading, 2022, 712-720. DOI:

https://doi.org/10.1039/D2RA05360H

[16] Ebbesen .T.W,1996, Carbon Nanotubes,Phys. Today,26.

[17] Golestanian, Nematullah, Bahar, Mahmoud, 1999, Physics [translation], Academic Publishing Center, 14th edition.

[18] Requicha. A.G,2003,Nanorobots, NEMS and Nanoassembly,vol, 91, NO. 11, 45-47. DOI: 10.1109/JPROC.2003.818333

[19] Whittingham. M,1994, Resent Advances in Rechargeable Li Batteries ,Solid state Ionics,69,402. DOI: 10.1016/j.nanoen.2017.01.028

[20] M.Gross,Travels to the Nanoworld, plenum,New York,67, 1999.