



# استخراج نمودارهای فازی نانوفیلم‌های نازک ناهمسانگرد آیزینگ با سطوح رقیق شده با استفاده از اتوماتای سلولی

مجید مطلبیان و مهرداد قائمی\*

دانشکده شیمی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران

**چکیده:** نمودارهای فازی مدل آیزینگ سه لایه‌ای آنیزوتروپیک بر شبکه‌های مربعی با سطوح رقیق شده با استفاده از اتوماتای سلولی احتمالی بر مبنای الگوریتم گلوبر با دقت بسیار بالایی استخراج شده‌است. دمای بحرانی کاهش یافته برای ثابت‌های جفت شدگی بین نزدیکترین همسایه به صورت:  $J_1 \neq J_s \neq J$  محاسبه شده است، که در این جا  $J$  و  $J_s$  به ترتیب ثابت جفت شدگی بین نزدیکترین همسایه‌ها در لایه درونی و لایه سطح هستند، و هر سایت مغناطیسی در لایه سطح به وسیله برهم‌کنش تبدلی  $J_1$  با نزدیکترین همسایه در لایه درونی جفت می‌شود. در مورد جفت‌شدگی آنتی‌فررومغناطیس میان لایه‌ها، نتایج شبیه‌سازی نشان از وجود نقطه جبران در دیاگرام فازی می‌دهد.

**واژگان کلیدی:** نقطه بازگشتی، نمودارهای فازی، فیلم‌های نازک مغناطیسی، مدل آیزینگ، اتوماتای سلولی، مغناطش، شبیه‌سازی

\*ghaemi@khu.ac.ir

فیلم‌های نازک مغناطیسی با استفاده از نظریه میدان موثر (EFT) توسط کانوشی مورد مطالعه قرار گرفتند [۳ و ۴]. به نظر می‌رسد که نتایج EFT از دقت بالاتری نسبت به نتایج MFT برخوردار هستند [۵].

مدل آیزینگ لایه‌ای به عنوان مدلی ساده برای فیلم فوق نازک مغناطیسی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این فیلم‌ها دارای کاربردی گسترده در فیزیک مواد هستند. به عنوان مثال، با پوشش دهی PtCo بر TbFeCo یک ساختار دو لایه‌ای ایجاد شده که باعث افزایش دمای کوری می‌شود که در لوح‌های نوری مغناطیسی کاربرد دارد. فیلم‌های کبالت پوشش داده شده بر روی کریستال  $Cu(1\ 0\ 0)$  دارای مغناطش آنیزوتروپیک بالایی هستند که جزو مدل‌های آیزینگ لایه‌ای هستند [۶].

به طور تجربی، می‌توان فیلم‌های  $Gd(0\ 0\ 1)$  قرار داده شده بر لایه‌ای از  $W(1\ 1\ 0)$  به گونه‌ای که اتم‌های لایه سطح با

## ۱- مقدمه

در سال ۱۹۲۵، ارنست آیزینگ مدل یک بعدی را برای توصیف رفتارهای مواد فررومغناطیس ارائه کرد [۱]. پس از نوزده سال، لارس انزاگر مدل آیزینگ را برای دو بُعد در غیاب میدان‌های خارجی به صورت تحلیلی حل کرد [۲]. حل تحلیلی مدل آیزینگ در سه بعد کماکان به صورت یک مسئله حل نشده باقی مانده و در حال حاضر تلاش‌ها، بر روش‌های حل عددی و روش‌های تقریبی متمرکز شده‌اند. مقایسه نتایج حاصل از حل تحلیلی با نتایج حاصل از نظریه میدان میانگین ( $MFT^1$ ) نشان می‌دهد که MFT نمی‌تواند نتایج کمی صحیحی از نقطه بحرانی ارائه کند. با تمام این توضیحات، در مدل‌های متفاوت آیزینگ از قبیل، سه لایه‌ای یا مدل‌های دو لایه‌ای و یا ...، همچنان MFT یک گزینه مناسب برای بررسی مدل‌های متفاوت آیزینگ است.

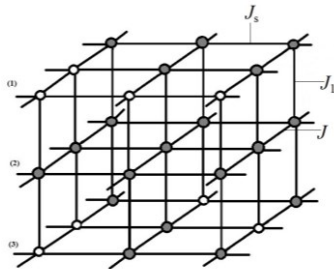
1-Mean field theory  
2- Effective field theory

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۱/۱۰

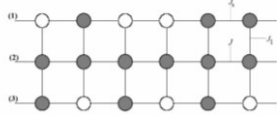
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۴/۱۷

شماره ۳ | سال هشتم | پاییز ۱۴۰۰

اتم‌های توده‌ی لایه زیرین به طور آنتی‌فرومغناطیس جفت شده اند سنتز کرد، همچنین، افزون بر فیلم‌های Gd می‌توان از Tb نیز استفاده کرد که بسیار به هم شباهت دارند [۷]. افزون بر این، می‌توان ذرات نانوفرومغناطیس  $\text{La}_{0.67}\text{Ca}_{0.33}\text{MnO}_3$  (LCMN) را به وسیله مدل پوسته-هسته با یک جفت شدگی پوسته-هسته منفی توصیف کرد [۸].



الف



ب

شکل ۱. الف) نمایی سه‌بُعدی از مدل آیزینگ سه‌لایه‌ای با سطوح رقیق شده، در این شکل دایره‌های خاکستری نشان دهنده سایت‌های مغناطیسی و دایره‌های سفید نشان‌دهنده سایت‌های غیرمغناطیسی است. ب) نمایی مقطعی از مدل آیزینگ سه‌لایه‌ای با سطوح رقیق شده، در این شکل دایره‌های خاکستری نشان دهنده سایت‌های مغناطیسی و دایره‌های سفید نشان‌دهنده سایت‌های غیرمغناطیسی است. لایه‌های سطح با شماره (۱) و (۳) و لایه میانی با شماره (۲) مشخص شده است.

در الگوریتم گلوب [۱۲] برای به روزرسانی سایت‌های مغناطیسی از روش خانه شطرنجی استفاده کردیم [۶]. در این شبیه‌سازی لایه‌های سطح مانند یک‌دیگر شطرنجی شدند، این در حالی است که لایه میانی مخالف آن‌ها شطرنجی شده است. به روز شدن سایت‌ها بر اساس قوانین احتمال است، به این صورت که ابتدا سایت‌های سفید و سپس، سایت‌های سیاه به روز می‌شوند. احتمال  $+1$  شدن سایت  $(p_{i,j}^{n,+})$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$p_{i,j}^{n,+} = \frac{e^{-\beta E_{i,j}^{n,+}}}{e^{-\beta E_{i,j}^{n,+}} + e^{-\beta E_{i,j}^{n,-}}} \quad (1)$$

در اینجا،  $\beta = 1/kT$  ثابت بولتزمان و  $T$  دما و  $E_{i,j}^{n,\pm}$  انرژی پیکربندی هر سایت است که از روابط زیر به دست می‌آید:

هدف ما در این مطالعه، استخراج نمودارهای فازی برای مدل سه لایه‌ای بدون میدان خارجی با استفاده از اتوماتای سلولی ( $CA^1$ ) و مقایسه نتایج با EFT است. روش CA، نوعی شبیه‌سازی است که به نظر می‌رسد انتخاب خوبی برای محاسبه نقاط بحرانی در شرایط متفاوت است. در CA بر خلاف روش مونت کارلو تمام سلول‌ها به طور همزمان به‌روز می‌شود. در بررسی‌های اخیر، نشان داده شده است که می‌توان با استفاده از CA نقاط بحرانی را برای مدل‌های آیزینگ دو لایه و پاتس به دست بیاوریم [۹-۱۱]. در بخش‌های زیر ابتدا مدل مورد مطالعه تعریف می‌شود و با استفاده از CA احتمالات وارونگی اسپین‌ها بر پایه الگوریتم گلوب [۱۲] به دست می‌آیند. در انتها، مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی با EFT مورد بحث قرار گرفته است.

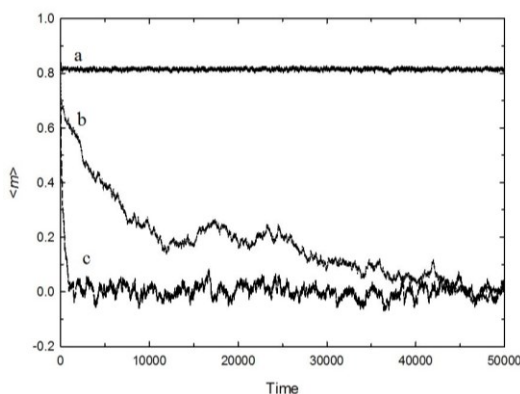
## ۲- مدل و فرمولاسیون

مدل ما یک شبکه مربعی سه لایه‌ای است، که از شرایط مرزی دوره‌ای پیروی می‌کند. در هر لایه این شبکه،  $l$  سطر و  $d$  ستون داریم. بنابراین، تعداد سایت‌های هر لایه  $l \times d$  است، که تمام لایه‌ها به طور موازی بر روی هم قرار گرفته‌اند. شبکه را به صورت ناهمسانگرد فرض کردیم که  $J_1 \neq J_s \neq J_2$  و  $J_1$  و  $J_2$  به ترتیب، ثابت‌های جفت‌شدگی نزدیکترین همسایگان هر سایت در لایه درونی و لایه سطح هستند.  $J_1$  نیز ثابت جفت‌شدگی سایت با سایت همسایه در لایه مجاور خود است، این ثابت‌ها در شکل ۱ نشان داده شده است. برای هر سایت یک متغیر اسپین به صورت  $\sigma^n(i,j) = \pm \xi^n(i,j)$  تعریف می‌کنیم، در این جا  $i = 1, \dots, l$  و  $j = 1, \dots, d$  هستند. همچنین،  $n$  نشان دهنده شماره هر لایه است که می‌تواند مقداری از یک تا سه را اختیار کند. چون تنها دو سطح رقیق داریم بنابراین  $\xi^{1(3)}(i,j)$  با احتمال  $q$  برابر یک و با احتمال  $1-q$  برابر مقدار صفر است که به ترتیب به معنی اشغال سایت‌ها با اتم‌های

محاسبات برای هر لایه از یک شبکه دوعدی  $50 \times 50$  استفاده می‌کنیم. در هر گام زمانی برای محاسبه میانگین مغناطش هر سایت از روابط (۶) و (۷) در  $50$  نمونه متفاوت استفاده می‌کنیم.

### ۳- نتایج و نمودارهای فازی

با رسم میانگین مغناطش هر سایت  $\langle m \rangle$  در برابر زمان می‌توان دمای بحرانی کاهش یافته ( $K_c = \frac{kT}{J}$ ) را محاسبه کرد. همان‌طور که در شکل ۲ نشان داده شده است، هنگامی که CA با حالت آغازین همگن (در اصطلاح، تمام سایت‌های مغناطیسی دارای حالت اسپینی بالا، یا  $+1$  هستند)، پیش از نقاط بحرانی  $\langle m \rangle$ ،  $(K_c)$  در اطراف مقادیر غیرصفر افت‌وخیز دارد و با افزایش دمای کاهش یافته ( $K = \frac{kT}{J}$ )، میانگین مغناطش در واحد اسپین کاهش خواهد یافت. در نقطه بحرانی مقدار  $\langle m \rangle$  بسیار آهسته و با حداکثر زمان به سمت صفر می‌رود و در نهایت صفر می‌شود و شاهد بیش‌ترین افت‌وخیز حول مغناطش صفر خواهیم بود، حال آن‌که پس از نقطه بحرانی  $\langle m \rangle$  به سرعت صفر می‌شود و حول آن افت‌وخیز می‌کند. به زمانی که مقدار  $\langle m \rangle$  برای هر  $K$  به مقدار ثابتی می‌رسد زمان آسایش ( $\tau$ ) می‌گویند. به عبارت دیگر، این زمانی است که سیستم در تعادل حرارتی قرار گرفته است.



شکل ۲. نمودارهای تغییرات متوسط مغناطش در هر سایت ( $m$ ) بر حسب زمان با تعداد نمونه  $50$ ؛ در هر سه نمودار  $r = 0/0$ ،  $\Delta_s = 0/0$  و  $q = 1$ ؛ همچنین در (a)  $(K_c > K)K = 2/13$ ، (b)  $(K_c = K)K = 2/27$  و (c)

$$-J_1 \sigma^1(i,j) \sigma^2(i,j) \quad (2)$$

$$E_{i,j}^{2,\pm} = -J \sigma^2(i,j) \{ \sigma^2(i+1,j) + \sigma^2(i,j+1) + \sigma^2(i-1,j) + \sigma^2(i,j-1) \} - J_1 \sigma^2(i,j) \{ \sigma^1(i,j) + \sigma^3(i,j) \} \quad (3)$$

$$E_{i,j}^{3,\pm} = -J_s \sigma^3(i,j) \{ \sigma^3(i+1,j) + \sigma^3(i,j+1) + \sigma^3(i-1,j) + \sigma^3(i,j-1) \} - J_1 \sigma^3(i,j) \sigma^2(i,j) \quad (4)$$

که در این جا :

$$\sigma^n(i,j) = -1 \quad \text{برای } E_{i,j}^{n,-}$$

$$\sigma^n(i,j) = +1 \quad \text{برای } E_{i,j}^{n,+} \quad (5)$$

بنابراین، با احتمال  $1 - p_{i,j}^{n,+}$  اسپین سایت‌های شبکه روبه‌پایین است. میانگین مغناطش شبکه برای این مدل را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد [۱۳]

$$\langle M \rangle = \langle \sum_n \sum_{j=1}^{d,*} \sum_{i=1}^{l,*} \sigma^n(i,j) \rangle \quad (6)$$

در این جا \* نشان دهنده شریط مرزی دوره‌ای است. میانگین مغناطش در واحد اسپین را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$\langle m \rangle = \frac{\langle M \rangle}{N} \quad (7)$$

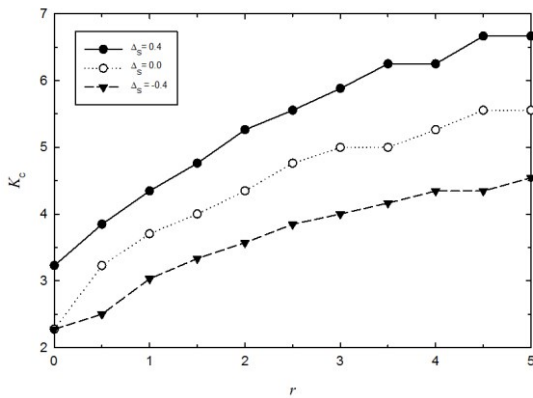
در این رابطه تعداد تمام سایت‌ها که برابر با  $l \times d \times 3$  است با  $N$  نشان داده شده است، ما دو متغیر جدید نیز تعریف می‌کنیم

$$r = \frac{J_s}{J} \quad (8)$$

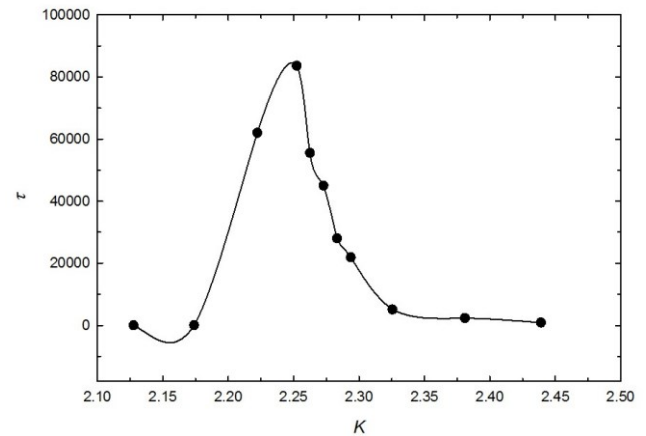
$$J_s = J(1 + \Delta_s) \quad (9)$$

حالت آغازین در شبیه‌سازی این مدل به صورت  $\Delta_s$ ،  $r$  و  $q$  ثابت است، همچنین، تمام سایت‌های مغناطیسی دارای حالت اسپین‌های بالا ( $+1$ ) هستند. برای افزایش دقت محاسبات از

$$(K > K_c) K = 2/38$$



شکل ۴. نمودار تغییرات  $K_c$  بر حسب  $r$  برای حالت  $q = 1$  و مقادیر متفاوت  $\Delta_s$

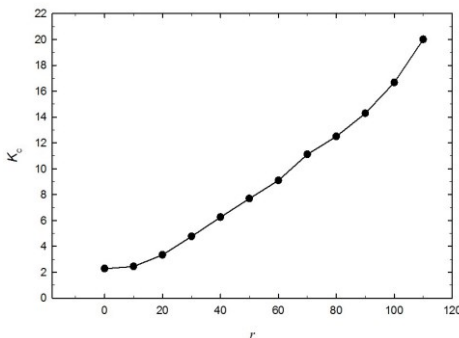


شکل ۳. زمان آسایش ( $\tau$ ) بر حسب  $K$  برای مدل آیزینگ سه لایه‌ای، مقدار حداکثر

$\tau$  در  $K = K_c = 2/27$  مشاهده می‌شود.

شکل ۵ نشان‌دهنده تغییرات  $K_c$  به عنوان تابعی از  $r$  در  $q = 1/0$  و  $\Delta_s = 0/0$  است. همان‌طور که مشاهده می‌شود  $K_c$  با افزایش  $r$  یک افزایش خطی پیدا می‌کند، که با افزایش ثابت جفت‌شدگی بین لایه‌ها ما شاهد افزایش مقدار نقطه بحرانی هستیم و در مقایسه با نتایج EFT [۵] که یک مقدار بیشینه  $K_c$  در  $r$  مشخص پیش بینی میکند ما شاهد نتایج متفاوتی هستیم.

در شکل ۶ نقطه بحرانی را به عنوان تابعی از  $\Delta_s$  با مقادیر ثابت  $q = 1/6$  و  $r = 0/0$  رسم کردیم. برای این موقعیت مقدار  $K_c$  ثابت و برابر با  $2/26$  است اما در یک مقدار بحرانی از  $\Delta_s$  نقطه بحرانی شروع به افزایش می‌کند که برابر با  $1/5$  است، این افزایش به صورت خطی با افزایش  $\Delta_s$  است. در روش EFT نیز ما شاهد رفتار یکسان هستیم البته از نظر عددی ما شاهد تفاوت در دو روش هستیم [۵].

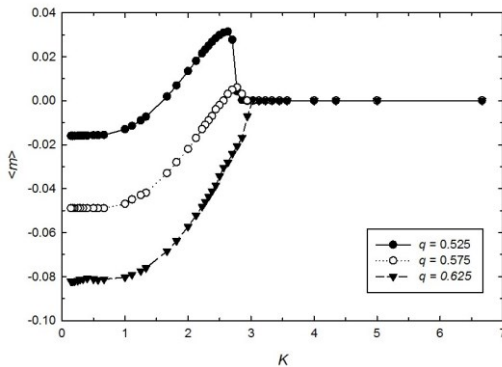


شکل ۵. نمودار فازی  $K_c$  بر حسب  $r$  برای حالت  $q = 1/0$  مقدار  $\Delta_s = 0/0$

مقدار  $\tau$  وابسته به نمودار  $\langle m \rangle$  در برابر زمان است. از نمودار شکل ۳ می‌توان دید که قبل از نقطه بحرانی شاهد افزایش  $\tau$  هستیم و در نقطه بحرانی،  $\tau$  به حداکثر مقدار خود خواهد رسید، پس از نقطه بحرانی نیز  $\tau$  به سرعت کاهش می‌یابد. در شکل ۳ نمودار  $\tau$  بر حسب تابعی از  $K$  در شرایط  $q = 1/0$ ،  $r = 0/0$  و  $\Delta_s = 0/0$  رسم شده است. توجه کنید که در این شرایط مدل سه لایه‌ای، به سه مدل آیزینگ دو بُعدی مجزا تبدیل می‌شود. مقدار دمای کاهش یافته در نقطه بحرانی  $2/27$   $K = K_c =$  به دست آمد که برابر با مقدار نقطه بحرانی در حل تحلیلی است [۲] و نشان از صحت محاسبات دارد و با روش EFT که  $K_c = 3/09$  است [۵] دارای اختلاف است.

در شکل ۴ نقطه بحرانی به عنوان تابعی از  $r$  در  $q = 1/0$  سه  $\Delta_s$  متفاوت رسم شده است. مشاهده می‌شود با صفر شدن  $r$  مقدار  $K_c$  (در موارد  $\Delta_s \leq 0/0$ ) برابر با  $2/27$  می‌شود، و برای  $\Delta_s > 0/0$  ما شاهد افزایش  $K_c$  با افزایش مقدار  $\Delta_s$  هستیم.

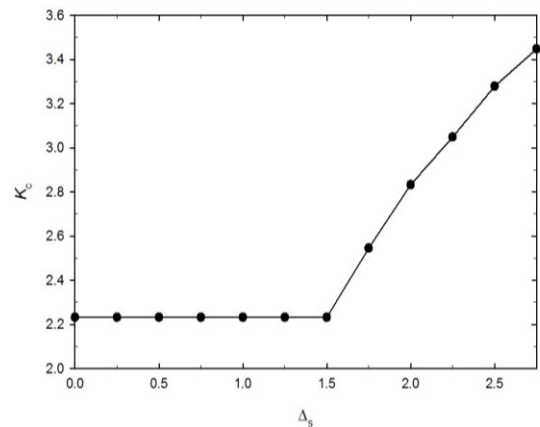
شکل ۸. نشان دهنده تغییرات میانگین مغناطش هر سایت برای کل سیستم ( $\langle m \rangle$ ) نسبت به  $K$  برای شرایطی مشابه با شکل ۷ است. همان‌گونه که دیده می‌شود، در پیش از نقطه بحرانی ما شاهد برابر شدن  $\langle m_{in} \rangle$  و  $\langle m_s \rangle$  هستیم و مقدار  $\langle m \rangle$  برابر صفر می‌شود. این نقطه ( $K = 2/564$ ) را نقطه جبران می‌نامیم [۵]. وجود نقطه جبران ارتباط قوی با پارامتر  $q$  دارد. همان‌طور که در شکل ۸ مشاهده می‌شود، در مقدارهای یکسان  $r$  اما  $q$  متفاوت ( $q = 0/625$ ) ما نقطه جبران را مشاهده نمی‌کنیم.



شکل ۸. نمودار  $\langle m \rangle$  بر حسب  $K$  برای حالت  $r = -1/50$  و  $\Delta_S = 0/10$  برای مقادیر متفاوت  $q$  (0/525، 0/575 و 0/625 که در شکل به ترتیب با دایره سیاه، دایره سفید و مثلث سیاه نشان داده شده‌اند).

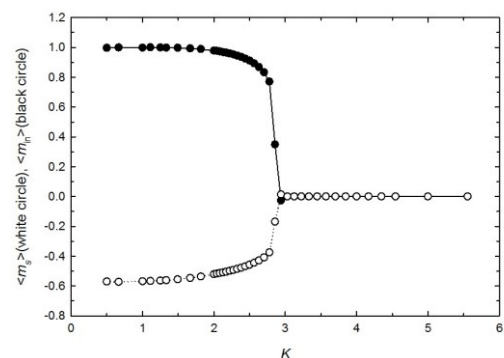
## ۴- نتیجه گیری

در این پژوهش، ما به بررسی ویژگی مغناطیسی فیلم‌های آیزینگ سه لایه‌ای در شبکه‌ی مربعی با استفاده از شبیه‌سازی CA پرداختیم. از نقطه نظر کیفی، همان‌گونه که در شکل‌های ۴، ۶، ۷ و ۸ مشاهده می‌شود نتایج ما قابل مقایسه با نظریه EFT است، اما مقدار نقطه بحرانی در این دو روش با یک‌دیگر متفاوت است [۵]. از دیدگاه کیفی تنها تفاوت افزایش خطی نمودار  $K_c$  بر حسب  $r$  است، حال آن‌که در نظریه EFT شاهد یک نقطه بیشینه هستیم [۵]. یکی از نتایج جالب در شبیه‌سازی حالت جفت شدگی آنتی‌فررومغناطیس بین لایه‌ای ( $r < 0/10$ ) است. در شکل ۸ با پارامترهای مشخصی می‌توان نقطه جبران را مشاهده کرد. در



شکل ۶. نمودار  $K_c$  بر حسب  $\Delta_S$  برای حالت  $r = 0/10$  و  $q = 0/625$ .

یکی از جالب‌ترین پدیده‌ها در سیستم‌های لایه‌ای، جفت‌شدگی آنتی‌فررومغناطیسی است ( $r < 0/10$ ) در این موقعیت پیش از دمای بحرانی اسپین‌های سطح جهت‌ی مخالف نسبت به اسپین‌های لایه‌ی درونی دارند. در شکل ۷ تغییرات میانگین مغناطش هر سایت برای لایه درونی  $\langle m_{in} \rangle$  و لایه‌های سطحی  $\langle m_s \rangle$  به عنوان تابعی از  $K$  با مقادیر ثابت  $r = -1/50$ ،  $q = 0/10$  و  $\Delta_S = 0/575$  رسم شده است. این شبیه‌سازی را با شرط آغازین تمام اسپین‌ها رو به بالا (+1) آغاز کردیم و پس از اینکه سیستم به حالت تعادل رسید، مقادیر میانگین  $\langle m_{in} \rangle$  و  $\langle m_s \rangle$  محاسبه شدند که به ترتیب مقادیر مثبت و منفی می‌گیرند.



شکل ۷. نمودارهای  $\langle m_s \rangle$  و  $\langle m_{in} \rangle$  بر حسب  $K$  برای حالت  $q = 0/575$ ،  $r = -1/50$ ،  $\Delta_S = 0/10$ . (دایره‌های سفید نشان‌دهنده میانگین مغناطش لایه‌های سطح در واحد اسپین و  $\langle m_{in} \rangle$  (دایره‌های سیاه) نشان‌دهنده میانگین مغناطش لایه میانی در واحد اسپین است).



nanoparticle,” J. Magn. Mater. 323, 311-315, 2011.

[9] Y. Asgari, M. Ghaemi, “Obtaining critical point and shift exponent for the anisotropic two-layer Ising and Potts models: Cellular automata approach,” Physica. A. 387, 1937-1946, 2008.

[10] Y. Asgari, M. Ghaemi, M. G. Mahjani, “Calculation of the critical point for two-layer Ising and Potts models using Cellular Automata,” Lect. Notes. Comput. Sc. 3305, 709-718, 2004.

[11] M. Ghaemi, S. Ahmadi, “Calculation of critical properties for the anisotropic two-layer Ising model on the Kagome lattice: Cellular automata approach,” Physica. A. 391, 2007-2013, 2012.

[12] R. J. Glauber, “Time-dependent statistics of the Ising model,” J. Math. Phys. 4, 294-307, 1963.

[13] M. E. Newman, G. T. Barkema, “Monte Carlo Methods in Statistical Physics,” first ed., Oxford University Press, New York, 2001.

نمودار شکل ۳ با شرایط  $\Delta_s = 0/0$  و  $r = 0/0$  ،  $q = 1/0$  شاهد سه شبکه مجزای آیزینگ دوبعدی خواهیم بود که نقطه بحرانی محاسبه شده برای آن ( $K_c = 2/27$ ) برابر با نقطه بحرانی محاسبه شده در حل تحلیلی است [۲] و به نظر می‌رسد که روش CA انتخاب خوبی برای بررسی فیلم‌های نازک فری‌مغناطیس آیزینگ در مقیاس نانو باشد.

## مراجع

[1] E. Ising, “Beitrag zur Theorie des Ferromagnetismus,” Z. Phys. 31, 253-258, 1925.

[2] L. Onsager, Crystal Statistics. I. “A two dimensional model with an order-disorder transition,” Phys. Rev. 65, 117-149, 1944.

[3] R. Honmura, T. Kaneyoshi, “Contribution to the new type of effective-field theory of the Ising model,” J. Phys. C. Solid. State. 12, 3979-3992, 1979.

[4] T. Kaneyoshi, “Differential operator technique in the Ising spin systems,” Acta. Phys. Pol. A. 83, 703-737, 1993.

[5] T. Kaneyoshi, “Phase diagrams in nanoscaled Ising thin films with diluted surfaces; effects of interlayer coupling at the surfaces,” Physica. B. 408, 126-133, 2013.

[6] M. Ghaemi, “Cellular Automata simulation of two-layer Ising and Potts models, in: A. Salcido (Eds.), Cellular Automata-Simplicity Behind Complexity,” InTech Publisher, India, pp. 439-456, 2011.

[7] T. Kaneyoshi, “Introduction to Surface Magnetism,” CRC Press, USA, 1991.

[8] R. N. Bhowmik, “Evidence of ferrimagnetism in ferromagnetic  $\text{La}_{0.67}\text{Ca}_{0.33}\text{MnO}_3$

# Construction of phase diagrams in anisotropic nanoscaled Ising thin films with diluted surfaces using cellular automata approach

M.Motalebian, M.Ghaemi\*

Faculty of Chemistry , Kharazmi University, Tehran, Iran

**Abstract:** The phase diagrams of the anisotropic three-layer Ising model on the square lattice with diluted surfaces have been constructed with high precision, using the probabilistic cellular automata with the Glauber algorithm. The thermal variation of magnetization is calculated for different values of nearest neighbor couplings: namely  $J \neq J_s \neq J_l$ , where  $J$  and  $J_s$  are the nearest neighbor couplings within inner-layer and surface-layer, respectively, and each magnetic site in the surface-layer is coupled with the nearest site in the inner-layer via the exchange interaction  $J_l$ . In the case of the antiferromagnetic coupling between layers, simulation results show existence of the compensation point in the phase diagram.

**Keywords:** Ising Model, Phase Diagrams, Thin films, Cellular Automata, magnetization, simulation.